**exercícios práticos sobre teste t e p-valor**, em diferentes contextos. Assim você pode treinar tanto cálculo quanto interpretação estatística.

**📘 Exercícios sobre Teste t e p-valor**

**1. Teste t para uma amostra**

Um pesquisador acredita que a altura média dos estudantes de uma universidade é **170 cm**. Ele coleta uma amostra de 25 estudantes e encontra:

* média amostral = 172,5 cm
* desvio padrão = 5 cm

Use um **nível de significância de 5%**.

1. Qual é a hipótese nula e a alternativa?
2. Calcule o valor da estatística t.
3. Obtenha o p-valor (aproximado).
4. O pesquisador deve rejeitar H0H\_0H0​?

**2. Teste t para duas amostras independentes**

Uma empresa quer saber se duas técnicas de treinamento resultam em desempenhos diferentes.

* Grupo A (n=12): média = 80, desvio padrão = 5
* Grupo B (n=10): média = 85, desvio padrão = 6

1. Defina as hipóteses H0H\_0H0​ e H1H\_1H1​.
2. Calcule a estatística t aproximada.
3. Determine o p-valor.
4. Com α=0.05\alpha = 0.05α=0.05, há diferença significativa?

**3. Teste t pareado**

Um nutricionista avalia se uma nova dieta reduz o colesterol. Ele mede os níveis em 8 pacientes **antes e depois** da dieta.

* Diferença média (Antes – Depois) = 12 mg/dL
* Desvio padrão das diferenças = 8
* n = 8

1. Quais são as hipóteses?
2. Calcule o valor de t.
3. Estime o p-valor.
4. A dieta teve efeito significativo ao nível de 1%?

**4. Interpretação de p-valor**

Responda:

1. Se o p-valor = 0,03 e α=0,05\alpha = 0,05α=0,05, o que significa?
2. Se o p-valor = 0,18 e α=0,01\alpha = 0,01α=0,01, o que concluímos?
3. Por que um p-valor pequeno não significa, necessariamente, que o efeito seja grande?

👉 Quer que eu **resolva passo a passo** alguns desses exercícios para você (com contas e interpretação), ou prefere primeiro tentar fazer e depois conferir comigo?

**Você disse:**

sim

**O ChatGPT disse:**

Pensou por 13s

Perfeito — vou **resolver passo a passo** todos os exercícios que propus. Vou mostrar hipóteses, cálculo da estatística t **digito a digito** e estimativa do p-valor com interpretação. Vamos lá! 🚀

**1) Teste t para uma amostra**

**Dados:** xˉ=172,5, μ0=170, s=5, n=25, α=0,05. \bar{x}=172{,}5,\ \mu\_0=170,\ s=5,\ n=25,\ \alpha=0{,}05.xˉ=172,5, μ0​=170, s=5, n=25, α=0,05.

**Hipóteses**

* H0: μ=170H\_0:\ \mu=170H0​: μ=170
* H1: μ≠170H\_1:\ \mu\neq170H1​: μ=170 (teste bilateral)

**Cálculo da estatística t**  
Fórmula: t=xˉ−μ0s/nt=\dfrac{\bar{x}-\mu\_0}{s/\sqrt{n}}t=s/n​xˉ−μ0​​.

* xˉ−μ0=172,5−170=2,5. \bar{x}-\mu\_0 = 172{,}5 - 170 = 2{,}5.xˉ−μ0​=172,5−170=2,5.
* s/n=5/25=5/5=1. s/\sqrt{n} = 5/\sqrt{25} = 5/5 = 1.s/n​=5/25​=5/5=1.
* t=2,5/1=2,5. t = 2{,}5 / 1 = 2{,}5.t=2,5/1=2,5.

Graus de liberdade: df=n−1=24.df = n-1 = 24.df=n−1=24.

**p-valor (bilateral)**  
Queremos p=2×P(T24≥2,5)p = 2 \times P(T\_{24} \ge 2{,}5)p=2×P(T24​≥2,5).

Conhecendo tabela/valores típicos: para df=24df=24df=24, t≈2,5t\approx2{,}5t≈2,5 dá p bilateral ≈ **0{,}018** (aprox.).

**Conclusão:** p≈0,018<0,05p\approx0{,}018 < 0{,}05p≈0,018<0,05 → rejeitamos H0H\_0H0​. Há evidência estatística, ao nível de 5%, de que a média difere de 170 cm.

**2) Teste t para duas amostras independentes (Welch)**

**Dados:**  
Grupo A: n1=12, xˉ1=80, s1=5.n\_1=12,\ \bar{x}\_1=80,\ s\_1=5.n1​=12, xˉ1​=80, s1​=5.  
Grupo B: n2=10, xˉ2=85, s2=6.n\_2=10,\ \bar{x}\_2=85,\ s\_2=6.n2​=10, xˉ2​=85, s2​=6.

Vamos usar o **teste de Welch** (variâncias possivelmente diferentes).

**Hipóteses**

* H0: μ1=μ2H\_0:\ \mu\_1=\mu\_2H0​: μ1​=μ2​
* H1: μ1≠μ2H\_1:\ \mu\_1\neq\mu\_2H1​: μ1​=μ2​ (bilateral)

**Cálculo da estatística t**  
Fórmula (diferença xˉ1−xˉ2\bar{x}\_1-\bar{x}\_2xˉ1​−xˉ2​):

t=xˉ1−xˉ2s12n1+s22n2.t=\dfrac{\bar{x}\_1-\bar{x}\_2}{\sqrt{\dfrac{s\_1^2}{n\_1}+\dfrac{s\_2^2}{n\_2}}}.t=n1​s12​​+n2​s22​​​xˉ1​−xˉ2​​.

Passo a passo:

* xˉ1−xˉ2=80−85=−5.\bar{x}\_1-\bar{x}\_2 = 80 - 85 = -5.xˉ1​−xˉ2​=80−85=−5.
* s12/n1=52/12=25/12=2,083333…s\_1^2/n\_1 = 5^2/12 = 25/12 = 2{,}083333\ldotss12​/n1​=52/12=25/12=2,083333…
* s22/n2=62/10=36/10=3,6.s\_2^2/n\_2 = 6^2/10 = 36/10 = 3{,}6.s22​/n2​=62/10=36/10=3,6.
* Soma = 2,083333…+3,6=5,683333…2{,}083333\ldots + 3{,}6 = 5{,}683333\ldots2,083333…+3,6=5,683333…
* Desvio padrão da diferença = 5,683333…≈2,3836.\sqrt{5{,}683333\ldots} \approx 2{,}3836.5,683333…​≈2,3836.
* t=−5/2,3836≈−2,097.t = -5 / 2{,}3836 \approx -2{,}097.t=−5/2,3836≈−2,097.

Valor absoluto: ∣t∣≈2,097.|t|\approx 2{,}097.∣t∣≈2,097.

**Graus de liberdade (Welch)** — fórmula de Welch (apenas resumo do cálculo mostrado):

ν≈(s12/n1+s22/n2)2s14n12(n1−1)+s24n22(n2−1).\nu \approx \frac{(s\_1^2/n\_1 + s\_2^2/n\_2)^2}{\frac{s\_1^4}{n\_1^2 (n\_1-1)} + \frac{s\_2^4}{n\_2^2 (n\_2-1)}}.ν≈n12​(n1​−1)s14​​+n22​(n2​−1)s24​​(s12​/n1​+s22​/n2​)2​.

Computando os termos:

* Numerador (5,683333)2≈32,305.(5{,}683333)^2 \approx 32{,}305.(5,683333)2≈32,305.
* s14=252=625.s\_1^4 = 25^2 = 625.s14​=252=625. Denominador termo1: 625/(122⋅11)=625/(144⋅11)=625/1584≈0,3946.625/(12^2 \cdot 11) = 625/(144\cdot11)=625/1584 \approx 0{,}3946.625/(122⋅11)=625/(144⋅11)=625/1584≈0,3946.
* s24=362=1296.s\_2^4 = 36^2 = 1296.s24​=362=1296. Termo2: 1296/(102⋅9)=1296/900=1,44.1296/(10^2\cdot9)=1296/900 = 1{,}44.1296/(102⋅9)=1296/900=1,44.
* Soma denom ≈ 0,3946+1,44=1,8346.0{,}3946 + 1{,}44 = 1{,}8346.0,3946+1,44=1,8346.
* ν≈32,305/1,8346≈17,62.\nu \approx 32{,}305 / 1{,}8346 \approx 17{,}62.ν≈32,305/1,8346≈17,62.

Então df≈17,6df \approx 17{,}6df≈17,6 (aprox. 18).

**p-valor (bilateral)**  
Com ∣t∣≈2,097|t|\approx2{,}097∣t∣≈2,097 e df≈18df\approx18df≈18, o p-valor bilateral fica **muito próximo de 0{,}05**, ligeiramente acima. Estimativa p≈0,051p\approx 0{,}051p≈0,051 (aprox.).

**Conclusão:** Com α=0,05\alpha=0{,}05α=0,05 não rejeitamos H0H\_0H0​ (p≈0{,}051 > 0{,}05). Ou seja, **não há evidência forte** de diferença entre as técnicas ao nível de 5% — é borderline (quase significativo).

**3) Teste t pareado**

**Dados (diferenças):** dˉ=12, sd=8, n=8. \bar{d}=12,\ s\_d=8,\ n=8.dˉ=12, sd​=8, n=8.

**Hipóteses**

* H0: μd=0H\_0:\ \mu\_d = 0H0​: μd​=0 (sem diferença média antes–depois)
* H1: μd≠0H\_1:\ \mu\_d \neq 0H1​: μd​=0 (bilateral) — se quisermos testar redução especificamente, poderia ser unilateral, mas usaremos bilateral conforme enunciado.

**Cálculo da estatística t**  
Fórmula: t=dˉsd/n. t = \dfrac{\bar{d}}{s\_d/\sqrt{n}}.t=sd​/n​dˉ​.

* sd/n=8/8=8/2,828427…≈2,828427. s\_d/\sqrt{n} = 8/\sqrt{8} = 8 / 2{,}828427\ldots \approx 2{,}828427.sd​/n​=8/8​=8/2,828427…≈2,828427. (note: 8≈2,828427\sqrt{8}\approx2{,}8284278​≈2,828427)
* t=12/2,828427≈4,2426. t = 12 / 2{,}828427 \approx 4{,}2426.t=12/2,828427≈4,2426.

Graus de liberdade: df=n−1=7.df = n-1 = 7.df=n−1=7.

**p-valor (bilateral)**  
Com t≈4,243t\approx4{,}243t≈4,243 e df=7df=7df=7, o p-valor bilateral é muito pequeno — estimativa p≈0,003p\approx 0{,}003p≈0,003 (algumas tabelas/softwares dão ~0{,}0028–0{,}004).

**Conclusão:** Para α=0,01\alpha=0{,}01α=0,01, temos p≪0,01p\ll0{,}01p≪0,01 → rejeitamos H0H\_0H0​. Há evidência significativa (ao nível de 1%) de que a dieta alterou o colesterol (diferença média ≠ 0). Se o teste for unilateral (redução), a evidência seria igualmente forte.

**4) Interpretação de p-valor — respostas diretas**

1. **p-valor = 0,03 e α=0,05\alpha=0,05α=0,05:** significa que, assumindo H0H\_0H0​ verdadeira, a probabilidade de observar um efeito tão extremo (ou mais) que o observado é 3%. Como 0,03<0,050{,}03<0{,}050,03<0,05, rejeitamos H0H\_0H0​. Há evidência estatística significativa ao nível de 5%.
2. **p-valor = 0,18 e α=0,01\alpha=0,01α=0,01:** p é maior que α\alphaα (0,18 > 0,01), então **não rejeitamos** H0H\_0H0​. Não há evidência estatística suficiente ao nível de 1%. (Observação: isso não prova que H0H\_0H0​ é verdadeira — apenas que os dados não fornecem evidência forte contra H0H\_0H0​ nesse nível.)
3. **Por que p pequeno ≠ efeito grande:** o p-valor mede **compatibilidade** dos dados com H0H\_0H0​, não o tamanho do efeito. Um p pequeno pode ocorrer com um efeito pequeno se a amostra for muito grande (grande poder estatístico). Inversamente, um efeito grande pode ter p não significativo se a amostra for pequena (muito ruído). Para avaliar magnitude, use **estimativas do efeito** (diferença de médias, intervalo de confiança, tamanho de efeito como Cohen's d), não só o p-valor.